

Lösung zu den Wettbewerbsaufgaben aus Heft 1

(a) Die Aufgabe für die Unterstufe lautete:

Claudia besitzt einen Sack Murmeln. Sie nimmt die Hälfte der Murmeln aus ihrem Sack und behält sie für sich. Dann gibt sie zwei Drittel der Murmeln, die noch im Sack sind, Peter. Claudia hat dann noch sechs Murmeln übrig. Wie viele Murmeln waren am Anfang im Sack gewesen?

Lösung: Es waren 36 Murmeln im Sack.

Begründung 1: Zwei Drittel von der Hälfte sind ein Drittel. Zieht man dieses eine Drittel von der anderen Hälfte ab, erhält man ein Sechstel. Dieses Sechstel entspricht den restlichen 6 Murmeln. Und deshalb entspricht einem Ganzen (also 6 Sechstel) das Sechsfache, also 36 Murmeln.

Begründung 2: $x = 36$ ergibt sich aus folgendem x – Ansatz

$$\frac{x}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{2} + 6 = x$$

(b) Die Aufgabe für die Mittelstufe lautete:

Ein Amtmann kauft Pferde und Ochsen für insgesamt 1770 Taler.

Er zahlt für ein Pferd 31 Taler, für einen Ochsen aber 21 Taler.

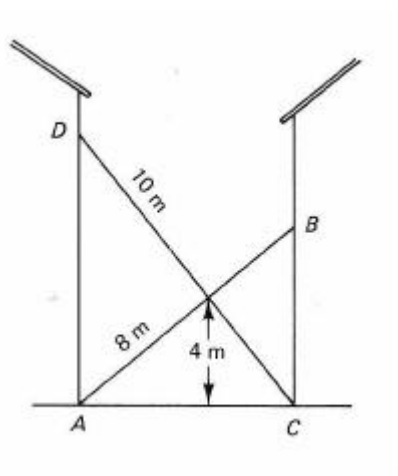
Wie viele Pferde und Ochsen sind es gewesen?

Gibt es mehrere Lösungen?

Lösung: Wenn x die Anzahl der Pferde und y die Anzahl der Ochsen darstellt, dann gilt es, folgende diophantische Gleichung (das sind Gleichungen, wo nur ganzzahlige Lösungen gesucht sind) zu lösen: $31x + 21y = 1770$. Es ergeben sich genau drei Lösungen mit natürlichen Zahlen: (x / y) ist $(9 / 71)$, $(30 / 40)$ oder $(51 / 9)$.

(c) Die Aufgabe für die Oberstufe lautete:

In einem Durchgang zwischen zwei Häusern standen zwei Leitern an die Hauswände gelehnt (siehe Skizze): AB war 8m lang und CD war 10m lang. In 4m Höhe überkreuzten sich die Leitern.



Wie weit stehen die Mauern von einander entfernt?

Lösung: die Mauern stehen ca. 3,8 m auseinander. Diese Lösung ergibt sich aus den Gleichungen (1) $x^2 = 10^2 - a^2$ und (2) $a^4 - 8a^3 - 36a^2 + 288a - 576 = 0$ ($a \sim 9,25$), wobei x die gesuchte Länge der Strecke AC und a die Länge der Strecke AD ist. Um die Gleichung

(2) zu finden, muss man den Pythagoras, den Strahlensatz und einen kleinen Umformungstrick verwenden!