

Lösung der Wettbewerbsaufgaben von Heft 4

(a) für die Unterstufe

Ein Erbe von 100 000 Euro wird aufgeteilt.

- (1) A erbt 1 800 Euro weniger als F
- (2) B erbt 600 Euro mehr als F
- (3) C erbt 2 500 Euro weniger als A und B zusammen
- (4) D und F erben zusammen 40 800 Euro
- (5) E erbt 800 Euro mehr als die Hälfte von dem, was B erbt
- (6) D erbt 12 800 Euro mehr als F

Wie viele Euro erbt jeder? In welcher Reihenfolge bist du logisch vorgegangen?

Lösung:

Als erstes rechnet man aus, was F und D bekommen: Die Hälfte von 40 800 Euro ist 20 400 Euro → D erbt **26 800** Euro, F erbt **14 000** Euro

Nun kann man ausrechnen wie viel Geld A bekommt → 4 000 Euro – 1 800 Euro = **12 200** Euro

B erbt demnach 14 000 Euro + 600 Euro = **14 600** Euro.

C erbt (14 600 Euro + 12 200 Euro) – 2 500 Euro = 26 800 Euro – 2 500 Euro = **24 300** Euro.

E erbt 14 600 Euro : 2 + 800 Euro = 7 300 Euro + 800 Euro = **8 100** Euro.

A bekommt 12 200 Euro

B bekommt 14 600 Euro

C bekommt 24 300 Euro

D bekommt 26 800 Euro

E bekommt 8 100 Euro

F bekommt 14 000 Euro

(Dominique Bosselmann, Kl. 8b)

(b) für die Mittelstufe

Ein Rennfahrer fährt auf einer Strecke von unbekannter Länge genau zwei Runden. Die erste Runde fährt er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 50 km/h.

Wie schnell muss er die zweite Runde fahren, damit er insgesamt für beide Runden eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 100 km/h erreicht hat?

Lösung: In der zweiten Runde dürfte er entweder keine Zeit brauchen oder mit unendlicher Geschwindigkeit fahren.

Begründung 1: Nehmen wir einmal an, die Strecke beträgt 50 km. Beide Runden haben dann eine Länge von 100 km. Um diese mit der Geschwindigkeit von 100 km/h zu fahren, braucht man 1h. Aber für die erste Runde braucht man schon 1 h, wenn man 50 km/h fährt. Also bleibt für die zweite Runde Null Zeit.

Begründung 2 (von Alois Lienhard): Die Strecke habe die Länge s ; dann braucht er bei 50 km/h die Zeit $t_1 = s/50$. Beim zweiten Durchfahren braucht er die Zeit $t_2 = s/x$, wenn x die

gesuchte Geschwindigkeit wäre. Die mittlere Geschwindigkeit wäre dann:

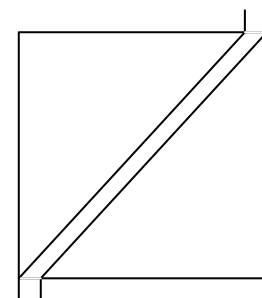
$$\frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{50} + \frac{s}{x}} = \frac{2}{\frac{1}{50} + \frac{1}{x}} = \frac{2 \cdot 50 \cdot x}{50 + x}$$

Um auf den Wert 100 zu kommen, müsste aber $\frac{x}{50+x}$ den Wert 1 haben (was unmöglich ist) oder $t_2 = s/x$ müsste 0 sein.

Anmerkung: bei den Leserbriefen findet sich noch eine interessante Anmerkung zu dieser Aufgabe.

(c) für die Oberstufe

Ein Vater vererbte seinen zwei Söhnen Werner und Hermann ein rechteckiges Baugrundstück (165m auf 120m) mit der Auflage, dass sich die Söhne das Grundstück entlang der Diagonalen teilen mussten und diese Aufteilung zeitlebens nicht ändern durften.



Sie beschlossen, entlang der Diagonalen laut Skizze einen drei Meter breiten Weg zu ziehen, der die beiden Zubringerstraßen verbinden soll. Die Bepflasterung kostet pro Quadratmeter 50 Euro. Hermann nannte seinem Bruder Werner, der Lehrer einer Realschule ist, den genauen Gesamtpreis, von dem er die Hälfte bezahlen soll.

Werner dachte sich: überschlagsmäßig scheint der Preis zu stimmen; aber wenn ich es nicht genau prüfe und auch nur ein paar Euro zu viel zahle, erzählt Hermann überall im Dorf herum, Lehrer seien zu dumm für die einfachsten Berechnungen.

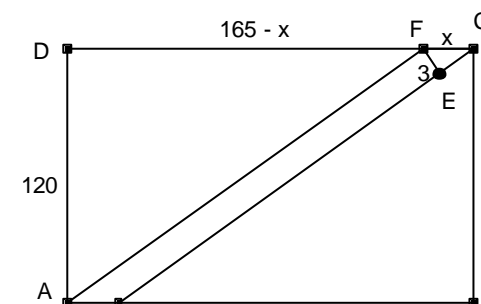
Weißt du, was der genaue Preis für die Pflasterung des Weges war?

Lösung: Der Baupreis für die Pflasterung des Weges betrug insgesamt 30 000 Euro.

Falls man erkannt hat, dass die Maßzahlen der Längen der Dreieckseiten des Dreiecks ECF (siehe Skizze) die pythagoreischen Zahlen 3, 4 und 5 sind, war die Lösung sehr schnell gefunden.

Ansonsten musste man durch eine Winkelbetrachtung (beachte Parallelen!)

erkennen, dass die Dreiecke ECF und DFA ähnlich sein müssen. Daraus errechnet sich dann aus dem Ansatz



$$\frac{3}{120} = \frac{x}{\sqrt{120^2 + (165-x)^2}}$$

$x = 5$. Die Gesamtfläche beider Grundstücke ist dann $19\,200 \text{ m}^2$ ($160 \text{ m} \times 120 \text{ m}$). Die Fläche des Weges ist 600 m^2 ($165 \text{ m} \times 120 \text{ m} - 19\,200 \text{ m}^2$). Damit ist der Preis 600×50 Euro.